

АЛГОРИТМЫ АНАЛИЗА ТРИАНГУЛЯЦИОННОЙ МОДЕЛИ ПОВЕРХНОСТИ

Рассматривается базовый набор алгоритмов, используемый для анализа триангуляционных моделей поверхностей. Предлагаются новые алгоритмы построения изолиний и изоконтуров, расчета зон видимости, расчета объемов земляных работ. Описываются детали реализации.

В геоинформатике для представления различных поверхностей, в частности рельефа, применяется две основных модели [1]:

- 1) регулярная сеть точек;
- 2) триангуляционная модель, построенная по нерегулярной сети отсчетов.

Обе модели имеют свои преимущества и недостатки, и поэтому выбор применяемой модели зависит от конкретной ситуации. Так, алгоритмы построения и анализа триангуляционной модели, как правило, сложнее, чем для случая регулярной сети, но точность и качество получаемого решения выше. Сравнение различных методов представления поверхностей приведено в [2].

Настоящая работа посвящена алгоритмам анализа триангуляционной модели поверхностей. Рассматривается минимальный набор базовых алгоритмов, необходимый для работы с моделью, включая решение таких задач, как интерполяция высот, измерения площади по поверхности, построение изолиний, изоконтуров и изоклин, построение экспозиций склонов, расчет зон видимости, расчет земляных работ.

Некоторые из используемых в геоинформационной системе ГрафИн алгоритмов ранее были описаны в [3]. В настоящей работе описываются переработанные и новые ранее не описанные алгоритмы.

Все описываемые в работе алгоритмы реализованы автором в геоинформационной системе ГрафИн (ГИС ГрафИн) [4, 5] и прошли апробирование на реальных задачах.

Структуры данных и базовые алгоритмы

В ГИС ГрафИн в качестве основы для представления триангуляционной модели поверхностей используется триангуляция Делоне с ограничениями [6–8]. Система поддерживает три типа исходных данных (рис. 1):

1. Исходные трехмерные точки (x_i, y_i, z_i) .
2. Структурные линии в виде ломаной, заданной трехмерными или двумерными точками. Для двумерного случая структурная линия будет огибать поверхность, не меняя её форму. В трехмерном случае структурная линия будет существенно изменять поверхность.
3. Регионы, задаваемые в виде многоугольников. Регионы могут задавать внутреннюю или внешнюю границу триангуляции, определять горизонтальные плато или просто входить в триангуляцию в качестве структурных линий. Граница региона может задаваться в виде набора трехмерных координат, двумерных координат с общей высотой или в виде двумерных координат без задания высоты. В последнем случае форма поверхности не изменяется регионом, а только вносятся структурные ребра.

Во внутреннем представлении все координаты хранятся в виде целых чисел, что позволяет в явном виде контролировать возникающие при вычислениях ошибки округлений и избегать нарушений структуры триангуляции [8].

При необходимости получения значения высоты в некоторой точке треугольника используется линейная интерполяция по его вершинам.

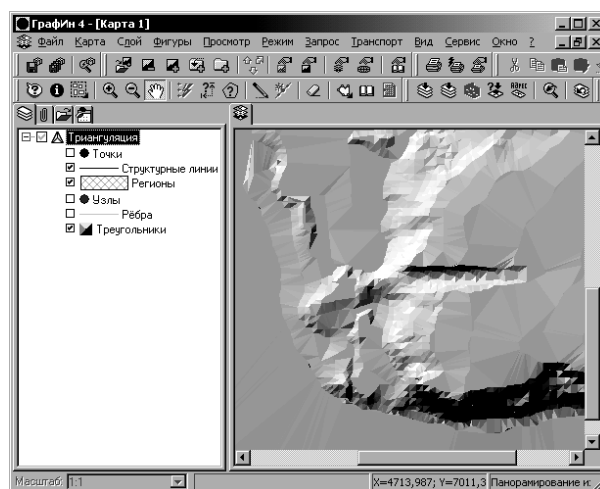


Рис. 1. Триангуляционная модель рельефа в ГИС ГрафИн

Реализованный в системе алгоритм построения триангуляции поддерживает два режима работы. В первом случае на вход алгоритма подаются сразу все исходные точки, структурные линии и регионы. Во втором случае алгоритм можно вызывать многократно для добавления некоторых объектов в частично построенную триангуляцию.

Первый режим наиболее эффективен, так как алгоритм строит разнообразные структуры, эффективность функционирования которых зависит от всех исходных наборов точек сразу (например, выбор кэша [6] или выбор коэффициентов преобразования во внутреннее целочисленное представление координат объектов). Второй режим используется для выделения некоторой части триангуляции внутри некоторого региона.

С помощью второго режима легко решается задача определения площади по поверхности в пределах заданного региона. Для этого в исходную триангуляцию вставляется этот регион в качестве внешней границы, после чего суммируется площадь всех видимых треугольников модели.

Построение изолиний и изоконтуров

Одним из базовых алгоритмов анализа триангуляционных поверхностей, безусловно, является алгоритм построения изолиний и изоконтуров.

Определение. Изолиниями уровня h называют геометрическое место точек на поверхности, имеющих высоту h и имеющих в любой своей окрестности другие точки с меньшей высотой:

$$I_h = \{(x, y) \mid z(x, y) = h, \forall \varepsilon > 0 : \exists (x', y') : \\ : |(x', y'), (x, y)| < \varepsilon, z(x', y') < h\}$$

Наличие в любой окрестности точки с меньшей высотой позволяет избежать неопределенностей, когда в триангуляции имеются горизонтальные треугольники (плато) с высотой h . В противном случае

изолиния не будет представляться в виде линий.

Определение. Изоконтурными между уровнями h_1 и h_2 называют замыкание геометрического места точек на поверхности, имеющих высоту $h \in [h_1, h_2]$:

$$I_k = \{(x, y) | h_2 \leq z(x, y) < h_1\}.$$

В известных автору реализациях при расчете изолиний обычно избегают сложностей с таким определением изолинии, сдвигая высоту h на некоторое малое Δ , а изоконтурные определяют как зоны между изолиниями. В разработанном же автором алгоритме все эти особенности учитываются.

Основная идея построения изолиний с учетом плато заданной высоты h заключается во временном удалении всех плато с уровнем h из триангуляции, после чего применяются обычные алгоритмы [3] построения кусочков изолиний, а затем они соединяются с границами удаленного плато.

При расчете изоконтуров между уровнями h_1 и h_2 также необходимо вначале временно удалить плато уровней h_1 и h_2 из триангуляции, построить две группы изолиний уровней h_1 и h_2 , вычислить линии замыкания изолиний вдоль границы триангуляции, построить изоконтурные уровней $h \in (h_1, h_2)$, а в заключение объединить их с удаленными плато уровня h_1 .

Получаемые алгоритмы не очень отличаются по сложности реализации от ранее известных, однако позволяют более точно рассчитывать изолинии. На рис. 2 представлен результат построения изолиний и изоконтуров по модели, приведенной на рис. 1.

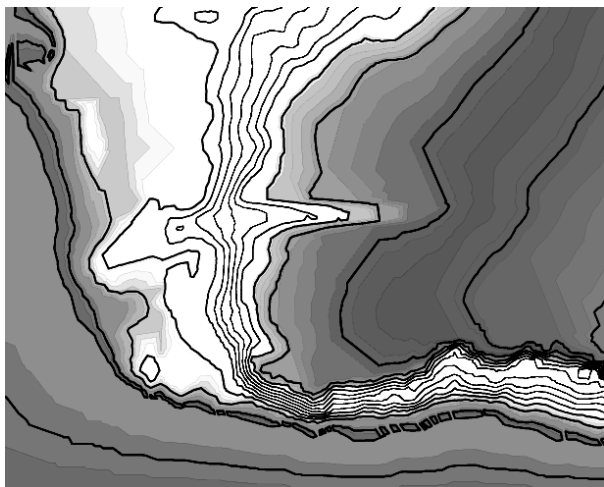


Рис. 2. Результат построения изоконтуров

Имеющиеся алгоритмы построения изолиний и изоконтуров могут быть использованы для решения и некоторых смежных задач, например для построения изоклин. Для этого достаточно перейти к поверхности уклонов, рассчитав в каждом узле триангуляции средний угол наклона треугольников вокруг каждого узла. Пример выполненного расчета приведен на рис. 3.

Построение зон видимости

В задаче построения зон видимости по заданному положению наблюдателя в пространстве требуется определить, какие участки поверхности ему видны, а какие нет. В ряде случаев эту задачу можно решать приближенно, например переходя к рас-

тровому представлению, однако часто требуются более точные результаты расчетов.

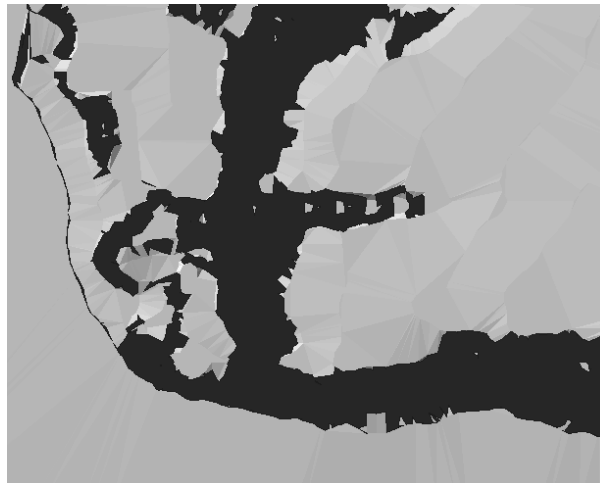


Рис. 3. Расчет территории с уклоном больше 5°

Для решения данной задачи можно использовать некоторые методы удаления невидимых линий, применяемых в машинной графике, например алгоритмы z -буфера и плавающего горизонта.

Данную задачу иногда решают в упрощенном варианте, строя только линии видимости, которые представляют собой лучи, исходящие из точки видимости в разные стороны и разбитые на части по принципу видимости. Данная задача решается значительно проще, чем полный случай. Для этого вначале строится профиль поверхности вдоль этого луча, а потом методом плавающего горизонта формируются его видимые и невидимые части.

Для решения полной задачи в ГИС ГрафИн используется точный алгоритм, основанный на идее алгоритма плавающего горизонта [9]. В отличие от обычного алгоритма, используемого в машинной графике, в нашем случае горизонт будет представляться не в виде растра, а в виде ломаной кругового обзора. На рис. 4 по горизонтали откладывается азимут направления зрения, а по вертикали – максимальный текущий вертикальный горизонт зрения.

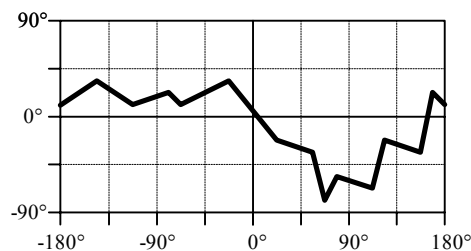


Рис. 4. Текущий круговой плавающий горизонт

В начале работы алгоритма текущий круговой плавающий горизонт устанавливаем в виде горизонтальной линии на уровне -90° . Далее последовательно анализируем все треугольники триангуляции от ближайших к точке зрения до самых удаленных. Каждый треугольник сравниваем с текущим горизонтом и выделяем те части треугольника, которые видны и не видны, и затем модифицируем текущий

горизонт этим треугольником.

В данном алгоритме самое сложное заключается в поиске такого правильного порядка обхода треугольников, чтобы все ранее анализируемые треугольники не заслонялись более поздними. К сожалению, такой порядок не всегда существует, хотя в практических задачах, видимо, исключения возникают редко.

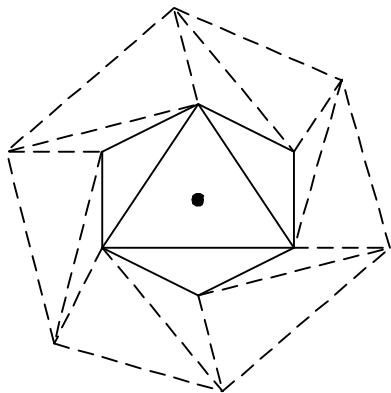


Рис. 5. Проблема правильного выбора порядка обхода треугольников

На рис. 5 точкой обозначено положение наблюдателя, сплошными линиями – уже проанализированные треугольники. Анализ же пунктирных треугольников невозможен, так как перед каждым из них находится какой-то другой, закрывающий обзор. В таком сложном случае можно либо разрезать некоторый треугольник на части, либо просто продолжить анализ с наименее перекрываемого или самого близкого к наблюдателю треугольника. Второй вариант, возможно, даст ошибку в вычислении, но он значительно более прост.

Для определения порядка обхода создаем список незаслоняемых треугольников L . Пока список не пуст, последовательно анализируем все его треугольники. После выполнения анализа очередного треугольника возможна ситуация, когда смежные с ним треугольники станут также незаслоняемыми, и тогда их надо также поместить в список L . Если список L станет пустым, то при наличии в триангуляции еще не проанализированных треугольников выбираем из них тот, центр которого находится ближе всех к точке зрения, и повторяем цикл анализа списка.

Расчет объемов земляных работ

В задаче расчета объемов земляных работ в дополнение к существующей модели рельефа задается желаемая модель. Требуется рассчитать, какую территорию нужно срезать, а какую засыпать, чтобы получить желаемую поверхность. При этом нужно определить объемы перемещаемых масс грунта (сумма срезанного и засыпанного объемов) и балансый объем (разница срезанного и засыпанного объемов, т.е. избыток или недостаток грунта).

В наиболее простой постановке желаемая форма рельефа задается как некоторый регион на карте, в пределах которого требуется выравнивание поверхности под заданный горизонтальный уровень. Это применяется для оценки объемов работ при рытье котлованов с вертикальными стенками. Решение за-

дачи с котлованом выполняется следующим образом.

Алгоритм расчета земляных работ при рытье котлована с вертикальными стенками и горизонтальным дном.

Шаг 1. Делается вырезка из общей триангуляции некоторой части по границе котлована. По сути, вначале делается копия исходной триангуляции и в неё вставляется граница котлована в качестве внешней границы триангуляции, т.е. все треугольники вне котлована отбрасываются.

Шаг 2. Вызывается алгоритм построения изоконтуров для вырезанной триангуляции на требуемом уровне дна котлована. Алгоритм возвратит два полигона, определяющих территории с избытком и с недостатком грунта соответственно.

Шаг 3. Для каждого треугольника вырезанной триангуляции выполняется сравнение с требуемым уровнем дна котлована. Если треугольник находится целиком выше дна, то его требуется засыпать, если целиком ниже – то срезать. Объем засыпки-срезки определяется как объем соответствующей треугольной призмы с двумя основаниями, одно из которых является текущим треугольником, а второе – проекцией этого треугольника на дно котлована.

Если треугольник пересекается с плоскостью дна котлована, то делается сечение треугольника на две части, для которых отдельно вычисляются объемы соответствующих призм. *Конец алгоритма.*

В более сложной постановке задачи расчета земляных работ требуемая поверхность задается как другая независимая триангуляционная модель. В такой форме задача возникает при проектировании вертикальной планировки территорий самого разного назначения.

Обычно эта задача решается на регулярных моделях с предварительным преобразованием исходных триангуляционных моделей. В явном же виде на триангуляции обычно эту задачу не решают, так как существующие для этого алгоритмы сложны и могут генерировать очень сложные полигоны, имеющие число точек, пропорциональное квадрату общего числа узлов в исходных триангуляциях. Но в некоторых случаях возникает потребность в таких явных вычислениях, и поэтому автором предлагается следующий достаточно простой алгоритм.

Задача расчета земляных работ. Пусть дана исходная модель рельефа в виде триангуляции T_1 и желаемая модель T_2 . Требуется вычислить полигон L , определяющий территорию, в пределах которого поверхность T_1 выше T_2 , полигон H , на котором T_1 ниже T_2 , и полигон E , на котором уровни T_1 и T_2 равны. Также требуется вычислить объем земли, который надо срезать, и объем, который надо насыпать.

Алгоритм расчета земляных работ.

Шаг 1. Определяется минимальный полигон, охватывающий триангуляции T_1 и T_2 как пересечение охватываемых триангуляциями территорий.

Шаг 2. Создается новая триангуляция T , и в неё вносятся в качестве структурных ребер все ребра триангуляций T_1 и T_2 . Для каждого узла n_i триангуляции T нужно вычислить высоты z_i^1 и z_i^2 , определяющие высоты этого узла в триангуляциях T_1 и T_2 соответственно.

Шаг 3. Для каждого треугольника t_j новой триангуляции определяем, не пересекаются ли триан-

гуляции T_1 и T_2 в пределах треугольника t_j .

1. Если $\forall k, l = \overline{1,3} : z_{jk}^1 = z_{jk}^2$, то оба треугольника лежат в одной плоскости и треугольник t_j попадает в полигон E .

2. Если $\forall k, l = \overline{1,3} : z_{jk}^1 \leq z_{jl}^2$, то в пределах этого треугольника поверхность T_1 не выше T_2 , поэтому треугольник t_j попадает в полигон H .

3. Если $\forall k, l = \overline{1,3} : z_{jk}^1 \geq z_{jl}^2$, то в пределах этого треугольника поверхность T_1 не ниже T_2 , поэтому треугольник t_j попадает в полигон L .

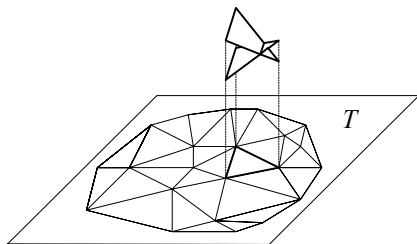


Рис. 6. Пересечение пространственных треугольников

4. Иначе, если $\exists k, l = \overline{1,3} : z_{jk}^1 > z_{jl}^2$ и $\exists m, n = \overline{1,3} :$

$z_{jm}^1 < z_{jn}^2$, то поверхности пересекаются в пределах данного треугольника (рис. 6). Поэтому мы должны найти пересечение двух пространственных треугольников в виде некоторого отрезка, разделяющего треугольник на две части, которые в дальнейшем войдут в разные результирующие полигоны L и H . После деления треугольника удобно рассчитать объемы земляных работ в пределах данного треугольника.

Шаг 4. Собираем из всех найденных частей полигоны L, H и E . *Конец алгоритма.*

Сложность данного алгоритма зависит в основном от трудоемкости построения триангуляции T . В худшем случае это может быть $O((N_1+N_2)^2)$, где N_i – число узлов исходных триангуляций. Тем не менее в среднем эта величина может составлять $O(N_1+N_2)$ на равномерных распределениях исходных узлов триангуляций. Все это напрямую следует из анализа трудоемкости построения триангуляции Делоне с ограничениями [7].

ЛИТЕРАТУРА

1. Кошкарёв А.В., Тикунов В.С. Геоинформатика. М.: Картгеоцентр-Геодезиздат, 1993. 213 с.
2. Костюк Ю.Л. Представление рельефа земной поверхности в геоинформационных системах // Геоинформатика-2000: Труды междунауч.-практ. конф. Томск: Изд-во Том. ун-та, 2000. С. 12–17.
3. Жихарев С.А., Скворцов А.В. Моделирование рельефа в системе ГрафИн // Геоинформатика: Теория и практика. Вып. 1. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1998. С. 193–204.
4. Скворцов А.В. Система ГрафИн // Геоинформатика: Теория и практика. Вып. 1. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1998. С. 181–192.
5. Скворцов А.В. Инструментальная геоинформационная система ГрафИн: новая версия // Геоинформатика-2000: Труды междунауч.-практ. конф. Томск: Изд-во Том. ун-та, 2000. С. 90–96.
6. Скворцов А.В., Костюк Ю.Л. Эффективные алгоритмы построения триангуляции Делоне // Геоинформатика: Теория и практика. Вып. 1. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1998. С. 22–47.
7. Скворцов А.В., Костюк Ю.Л. Применение триангуляции для решения задач вычислительной геометрии // Геоинформатика: Теория и практика. Вып. 1. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1998. С. 22–47.
8. Скворцов А.В. Особенности реализации алгоритмов построения триангуляции Делоне с ограничениями // Наст. журн.
9. Роджерс Д. Алгоритмические основы машинной графики. Пер. с англ. М.: Мир, 1989. 512 с.

Статья представлена кафедрой теоретических основ информатики факультета информатики Томского государственного университета, поступила в научную редакцию номера 3 декабря 2001 г.