

## ИНФОРМАТИКА. ПРОГРАММИРОВАНИЕ

УДК 658.6/9:338.24

*И.Б. Колесов, А.В. Скворцов*

### ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ СИСТЕМОЙ ЭЛЕКТРОННОЙ КОММЕРЦИИ

Ставится задача оптимального управления системой электронной коммерции (СЭК). Доказывается лемма об оптимальном управлении СЭК. Рассматриваются пути повышения эффективности функционирования СЭК.

В настоящее время наблюдается стремительный рост числа систем электронной коммерции (СЭК). Электронная коммерция имеет ряд отличительных особенностей, резко выделяющих её от всех ранее известных способов классической коммерции благодаря исключительным коммуникативным характеристикам Интернета [1].

В последнее время появилась многочисленная литература, посвященная этой теме. Но в основном там рассматриваются маркетинговые вопросы [2] и технические задачи [3].

В то же время СЭК является сложной экономико-технической системой, в которой возникает целый ряд новых, ранее не решаемых задач [1,4]. Поэтому для анализа и управления СЭК целесообразно применять классические методы системного анализа, теории оптимизации, теории оптимального управления. К сожалению, эти методы пока не нашли широкого применения в рассматриваемой области.

Таким образом, в настоящее время ощущается отсутствие строго математически проработанной методологической базы построения систем электронной коммерции и управления ими.

В настоящей работе рассматривается задача оптимального управления СЭК с помощью набора некоторых управляющих параметров, предлагается лемма об оптимальном управлении и рассматриваются возможные пути повышения эффективности функционирования СЭК.

#### Модель СЭК как «черного ящика»

Для дальнейших рассуждений в контексте СЭК введем следующие термины:

*Продавец* – это субъект, предлагающий на продажу некоторую продукцию через Интернет.

*Покупатель* – это субъект, способный сделать покупку некоторой продукции в среде Интернет.

*Посетитель* – это субъект, посетивший СЭК, но не сделавший покупку.

*Электронная коммерция (ЭК)* – это процесс обмена информацией посредством среды Интернет между продавцом и покупателем, в результате которого возникают товарно-денежные отношения между сторонами.

*Система электронной коммерции (СЭК)* – это совокупность программно-аппаратных средств для обеспечения процесса заключения сделки через Интернет. Обычно выделяют два их основных класса:

1. *Business-To-Business (B2B)*. Эти системы ориентированы на оптовые продажи (как правило, юридическим лицам).

2. *Business-To-Consumer (B2C)*. Эти системы ориентированы на розничные продажи (как правило, физическим лицам).

Рассмотрим СЭК в терминах системного ана-

лиза [5]. СЭК представляет собой некоторый «черный» ящик с вектором входных параметров  $X$ , вектором управляющих факторов  $Z$ , вектором выходных параметров (результатов)  $Y$  (рис. 1). Кроме того, это динамическая система, т.к. одним из параметров является время  $t$ , а также следует отметить, что в системе есть обратная связь  $W$ .

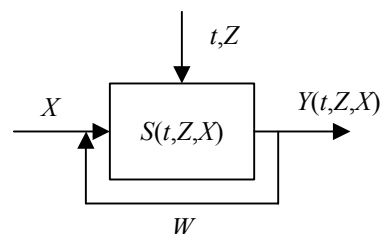


Рис. 1. Модель СЭК как «черного ящика»

Опишем задачу оптимального управления с точки зрения классической теории. Областью определения функции состояния  $x(t)$  является множество конечного числа значений  $t_1, t_2, \dots, t_N$  и изменение состояния происходит согласно закону:

$$x(t_k) = f(x(t_{k-1}), u(t_k), t_k), k = 1, \dots, N.$$

Если положить  $t_k = k$ , то систему можно наглядно описать при помощи  $N$ -ступенчатого процесса (рис. 2).

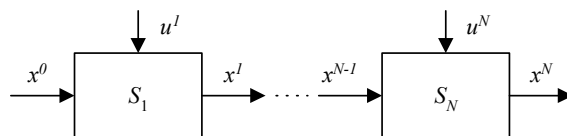


Рис. 2. Ступенчатый процесс обработки заявки в классической дискретной модели

При этом  $u(t_k)$  является  $r$ -мерным вектором управления в момент времени  $t_k$  с областью управления  $U_k$ .

Задача оптимального управления такими системами формулируется следующим образом. Пусть дана система:

$$x^k = f^k(x^{k-1}, u^k), k = 1, \dots, N,$$

где каждое  $f^k$  по меньшей мере один раз дифференцируемо по всем переменным  $u^k \in U^k$ . Требуется

ся найти такое допустимое управление  $u^k \in U^k$ , чтобы сумма  $\sum_{i=1}^n c_i x_i^N$  была минимальна ( $x_i^N$  – координаты выходного состояния  $x_i$ ), т.е. минимизировать  $x_{n+1}^N$ .

СЭК обладает набором специфических свойств, которые отличают их от классических систем коммерции (обыкновенные магазины, супермаркеты, биржи и т.п.). В то же время эти свойства необходимо учитывать при построении и анализе моделей процессов в СЭК, поскольку классическая постановка оптимизационной задачи оптимального управления дискретной системой не подходит. Итак, свойства СЭК:

1. Время работы неограниченно в отличие от классических систем, где есть строго регламентированное расписание работы. Можно говорить о том, что поток посетителей распределен равномерно во времени.

2. В отличие от классических систем в СЭК (особенно это характерно для систем класса ВТС) посетители приходят не только за покупками, но и за получением некоторой информации: ознакомиться с ассортиментом, ценами, условиями оплаты и доставки товара. В то же время для классических систем характерна такая особенность, что посетители с очень большой долей вероятности становятся покупателями. Поэтому возможно рассмотрение различных моделей и способов оценки эффективности функционирования СЭК: соотношение числа покупателей к числу посетителей, влияние работы СЭК и обратной связи на входной поток заявок. Для СЭК характерно, что многие посетители приходят туда несколько раз, чтобы получить некоторую информацию, и только после того, как они будут удовлетворены всеми условиями, они сделают покупку. В данной работе предлагается модель СЭК, в которой эффективность работы оценивается по числу совершенных покупок. Следует заметить, что под числом покупок имеется в виду, сколько посетителей совершило акт покупки в СЭК, при этом, естественно, в самой покупке может быть несколько наименований продукции. Все необходимое для покупки и в классических, и в электронных торговых системах посетитель складывает в корзину (реальную или виртуальную).

3. СЭК может обслуживать одновременно достаточно большое число посетителей. Эта характеристика ограничена только программно-аппаратными возможностями СЭК. То есть в случае СЭК с точки зрения пользователя нет очереди ожидания обслуживания. Особенно это характерно для полностью или частично автоматизированных СЭК.

4. В СЭК возможен случай, когда посетитель, набравший продукцию в виртуальную корзину, покидает систему, не совершив покупки (при этом естественно, что вся продукция остаётся в системе, поскольку украсть её просто невозможно). Проводя аналогию с классическими торговыми системами, опять же трудно представить себе ситуацию, когда посетитель, зайдя в магазин, сначала нагружает полную тележку товарами, а потом все разгружает и

покидает магазин. В СЭК этот случай возможен, если набор управляющих факторов не является оптимальным (или субоптимальным).

Рассмотрим, что представляют собой компоненты модели СЭК.

А) *Входной поток заявок X* можно представить в виде некоторого потока посетителей сайта. Для определения характеристик потока необходимо построить модель «Покупатель приходит в СЭК». Эта модель может быть построена на основе модели распространения рекламы в Интернет. Пользователь может узнать и прийти в СЭК следующим образом:

1. Получив рекомендацию о сайте от своих коллег или друзей.
2. Перейдя по ссылке с сайта партнера, в частности с помощью банерной рекламы.
3. Получив ссылку по электронной почте посредством рекламной рассылки.
4. Получив электронный адрес с помощью классических СМИ.

Б) *Управляющие факторы Z* можно представить в виде набора управляющих параметров, влияющих на работу СЭК. Выделим четыре класса управляющих параметров:

1. *Технические*: пропускная способность канала, к которому подключен сервер, на котором работает СЭК; устойчивость СЭК, операционной системы и аппаратной части сервера к перегрузкам; размер сайта и скорость его загрузки на компьютер посетителя и т.п.
2. *Структурные*: структура сайта, способы навигации по сайту, возможность быстрого поиска нужной информации на сайте и др.
3. *Менеджерские*: если СЭК включает в себя возможности интерактивного общения с клиентом, например по электронной почте, в чате или по телефону, то очень важно, чтобы менеджер обладал необходимыми профессиональными качествами, чтобы убедить клиента сделать покупку.
4. *Дизайнерские*: цветовая гамма оформления сайта, наличие и качество картинок, адекватная композиция элементов на сайте и т.п.

Сам процесс обработки заявки СЭК представляет собой не ступенчатый процесс, а *стохастический (вероятностный) автомат* (рис. 3).

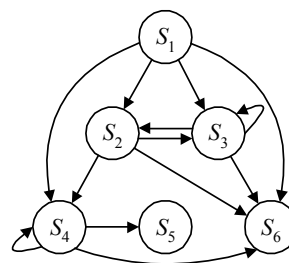


Рис. 3. Модель стохастического автомата обработки заявки в СЭК

Состояния автомата:

- $S_1$  – вход посетителя в СЭК (загрузка первой страницы сайта).

- $S_2$  – просмотр каталога товаров.
- $S_3$  – навигация по сайту (поиск информации, ознакомление с ценами, условиями оплаты, доставки, ознакомление с характеристиками товаров).
- $S_4$  – согласование заказа между покупателем и менеджером (наличие товара, сроки оплаты и поставки).
- $S_5$  – выполнение покупки, принятие заказа к обработке ( $y_i = 1$ ).
- $S_6$  – покидание системы пользователем без оформления заказа на покупку ( $y_i = 0$ ).

Переход заявки из состояния  $S_i$  в состояние  $S_j$  совершается с некоторой вероятностью  $a_{ij}$ . Матрица переходов  $A = [a_{ij}]$  формируется на основании статистики работы СЭК. На формирование каждой вероятности  $a_{ij}$  влияет набор управляющих факторов  $Z$ . Переходы между состояниями разделим на два класса: *положительные* и *нежелательные*. Положительные переходы – это такие, которые приводят посетителя в состояние  $S_5$  (совершена покупка). Нежелательные переходы – это те, которые приводят посетителя в состояние  $S_6$  (покупка не совершена). Соответственно, нужно найти такое управление, которое увеличивало бы вероятности положительных переходов (в идеале до 1) и уменьшало бы вероятности нежелательных переходов (в идеале до 0).

В) *Выходной поток*  $Y(t, Z, X)$ . В данном случае можно рассматривать две основные модели оценки выходного потока. В *статистической модели* можно рассчитать среднее число посещений за определенное время, среднюю цену покупки, отношение числа покупателей к общему числу посетителей в некоторый момент времени. На основании этих характеристик можно делать прогнозы по объемам продаж, соотношению покупателей по отношению к посетителям в любой момент времени работы СЭК.

Вторая модель может быть построена, используя методы *экономико-математического моделирования*. Аппроксимировав функцию спроса (как объем продаж), можно делать прогнозы по спросу по каждому виду продукции [6]. На основании собранной статистики можно делать прогнозы по скорости оборота и эффективности капиталовложений, планировать маркетинговую политику.

Г) *Обратная связь*  $W$ . Положительная обратная связь позволяет успешно развиваться СЭК, при этом количество посетителей, а следовательно, и объем продаж возрастают. В то же время отрицательная обратная связь может сильно повлиять на развитие СЭК не самым лучшим образом. Например, неудовлетворенные чем-либо посетители, а тем более покупатели будут распространять информацию о том, что данная СЭК не отличается удобством, надежностью, что там продаются некачественные товары или что там работают непрофессиональные менеджеры и т.п.

## Задача оптимального управления СЭК

Пусть в систему попадает  $m$  заявок за период времени  $T = [t_0, t_N]$ . Определим выходной поток  $Y(t, Z, X)$ , где  $X = \{x_1, \dots, x_M\}$  – вектор входных заявок,  $Z = \{z_1, \dots, z_k\}$  – вектор управляющих факторов (будем рассматривать  $k = 4$ , подразумевая все перечисленные выше группы управляющих параметров),  $Y = \{y_1, \dots, y_M\}$  – вектор результатов обработки заявок СЭК.

Выделим подмножество  $Q = \{x_i \in X \mid x_i \text{ – заявки совершивших покупку в системе в некоторый момент времени } t \in T\}$ . Мощность этого подмножества обозначим  $q$ . Будем считать, что СЭК каждой входной заявке  $x_i$  ставит в соответствие результат  $y_i$  следующим образом:

$$\forall i: y_i(x_i, t, Z) = \begin{cases} 1, & x_i \in Q; \\ 0, & x_i \notin Q. \end{cases}$$

То есть в терминах теории оптимального управления мы имеем дело с *дискретной системой* [4]. Множеством конечных состояний системы является множество  $\{0, 1\}$ , область управления является конечное множество наборов  $Z_k, k = \overline{1, L}$  (хотя самих таких наборов может быть бесконечно много, в реальных условиях довольно трудно реализовать столь большое число наборов управляющих факторов). Следует заметить, что набор управляющих факторов  $Z_i$  является набором *качественных* показателей, оценка которых в *количественной шкале* является отдельной задачей.

Положим

$$Y(t, Z, X) = \sum_{i=1}^M y_i(x_i, t, Z).$$

**Определение.** Управление  $Z$  назовем *оптимальным* и обозначим его  $Z_{\text{opt}}$ , если функция  $Y(t, Z, X)$  достигает максимума. Очевидно, что она является функцией, ограниченной сверху числом  $M$ .

Естественным образом из этого определения получается следующее.

**Утверждение (об оптимальном управлении СЭК).** Управление  $Z$  оптимально тогда и только тогда, когда любая заявка  $x_i$ , независимо от времени поступления  $t$ , обязательно завершится покупкой в СЭК:  $Z = Z_{\text{opt}} \Leftrightarrow \forall x_i, t \in T: y_i = 1$ .

Отметим, что на практике редко встречается случай, когда все заявки обрабатываются и достигается максимум  $Y(t, Z, X)$ . Обычно это наблюдается в условиях систем класса В2В, поскольку компании-партнеры, работая в СЭК, обязательно договариваются о сделке. В системах класса В2С обычно имеется некоторое среднее эмпирическое пороговое значение, являющееся отношением числа покупателей  $q$  к числу посетителей  $M$ :  $m = q/M$ , этот порог превышает очень редко (при распродажах, появлении новой продукции). При этом имеет смысл говорить о том, что достигнуто новое пороговое значение. В идеале СЭК должна работать таким

образом, чтобы  $\lim_{\Delta t \rightarrow 0, Z \rightarrow Z_{\text{opt}}} m = 1$ . По сути, это другая формулировка задачи оптимального управления СЭК. Поэтому имеет смысл говорить об субоптимальном управлении в смысле достижения порога  $q$ , то есть достижения  $\lim_{\Delta t \rightarrow 0, Z \rightarrow Z_{\text{opt}}} Y = q \leq M$ .

Этот параметр является случайной величиной  $m(t, Z)$ . В реальных СЭК значение покупательского порога  $m$  можно оценить разными методами математической статистики. Если  $m(t, Z)$  в определенный промежуток времени изменяется незначительно, то можно говорить о том, что параметр  $m(t, Z)$  определен. Отметим, что если за время сбора статистики набор управляющих параметров  $Z$  изменился, то статистика будет неверной.

Рассмотрим задачу определения параметра  $m$ . Введем следующую дискретную монотонно неубывающую функцию

$$\mu(t, Z) = \sum_{i=t_0}^{t_N} m_i(t, Z).$$

Далее рассмотрим монотонно неубывающую и непрерывную функцию

$$P(t) = \frac{1}{M} \int_{t_0}^{t_N} \mu(t, Z) dt.$$

Заметим, что

$$0 \leq \int_{t_0}^{t_N} \mu(t, Z) dt \leq M \Rightarrow 0 \leq P(t) \leq 1.$$

Момент, когда можно считать, что величина  $m(t, Z)$  не изменяется со временем (число заявок совершивших покупку в СЭК со временем не изменяется), можно определить из условия

$$\frac{dP(t)}{dt} = 0.$$

Действительно,

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{M} \int_{t_0}^{t_N} \mu(t, \bar{Z}) dt \right) &= \frac{1}{M} \frac{d}{dt} \left( \frac{\mu^2(t_N, \bar{Z})}{2} - \frac{\mu^2(t_0, \bar{Z})}{2} \right) = \\ &= \frac{M_N - M_0}{M} \equiv 0 \Leftrightarrow M_N = M_0, \end{aligned}$$

где  $M_N = m(t_N, Z)$ ,  $M_0 = m(t_0, Z)$ .

Этот вывод можно использовать для определения среднего числа покупок в любой момент времени  $t \in T$  (пороговое значение), т.е.

$$\forall t \in T : m(t, \bar{Z}) = \frac{\mu(t, \bar{Z}) - \mu(t_0, \bar{Z})}{M},$$

где  $t_0$  – точка отсчета (момент начала наблюдения).

Чтобы работа СЭК была эффективной (в смысле объемов продаж и прибыли), необходимо соблюдение некоторых условий. Во-первых, входящий поток должен быть эффективным, т.е. формироваться таким образом, чтобы посетитель с большой вероятностью (близкой к 1) сделал заказ. Поток должен формироваться из целевой аудитории – посетителей, заинтересованных в покупке именно этой продукции. Во-вторых, обратная связь  $W$  должна быть положительной. Чем лучше обслуживание посетителей в СЭК и после покупки (консультации, техническая поддержка и пр.), тем больше вероятность, что покупатель вернется за следующими покупками и порекомендует конкретную систему своим знакомым и т.д. («положительная лавина»). В противном случае, после посещения СЭК пользователи или покупатели могут создать эффект «отрицательной лавины» с плохими отзывами о СЭК.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Принцип электронного бизнеса IBM Consulting group / Пер. с нем. М.: Открытые системы, 2001. 225 с.
2. Успенский И. Энциклопедия Интернет-бизнеса. СПб.: Питер, 2001. 432 с.
3. Шарма В., Шарма Р. Разработка Web-серверов для электронной коммерции. Комплексный подход / Пер. с англ. М.: Вильямс, 2001. 400 с.
4. Понтрягин Л.С., Болотьянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов. М.: Наука, 1976. 562 с.
5. Перегудов Ф.И., Тарасенко Ф.П. Основы системного анализа. Томск: Красное знамя, 1997. 398 с.
6. Лотов А.В. Введение в экономико-математическое моделирование. М.: Наука, 1984. 392 с.

Статья представлена кафедрой теоретических основ информатики факультета информатики Томского государственного университета, поступила в научную редакцию номера 3 декабря 2001 г.