МОДЕЛИРОВАНИЕ РЕЛЬЕФА В СИСТЕМЕ ГРАФИН*

С.А. Жихарев, А.В. Скворцов

1. Введение

Моделирование рельефа является неотъемлемой частью многих алгоритмов решения разнообразных территориальных задач. В частности, к ним относятся:

- Задачи вертикальной планировки территории для нужд городского и промышленного строительства: построение разрезов, изолиний, изоклин, трёхмерная визуализация.
- Гидрологические задачи, мелиорация земель: построение полей градиентов, линий водоразделов, бассейнов стока.
- Экологические задачи: прогнозирование распространения загрязнений окружающей среды.
- Анализ распространения света и радиоволн: построение профилей и полей видимости.
- Проектирование и эксплуатация инженерных коммуникаций: построение изоклин и разрезов рельефа.

В данной работе на примере системы ГрафИн [1], разработанной авторами, рассматриваются следующие операции с цифровыми моделями рельефа:

- построение модели рельефа по входным данным в виде сети регулярных и нерегулярных отсчётов, набора структурных линий рельефа и областей интересов;
- отображение модели рельефа на двумерной карте в качестве слоя, а также в трёхмерном виде;
- интерполяция высот в любой точке карты;
- измерение расстояний и высот по поверхности;
- построение разрезов вдоль любой заданной на карте ломаной;
- построение изолиний (линий одинаковой высоты);
- построение изоклин (линий одинакового уклона);
- построение полосовых контуров, соответствующим изолиниям и изоклинам;
- вычисление объёмов земляных работ (балансового объёма и объёма перемещаемых масс грунта);

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 98-05-03194)

- конвертирование моделей рельефа в другие форматы.

2. Модели данных

Любая работа с рельефом требует наличия модели поверхности. Модель строится по входным данным, среди которых, как правило, различают:

- *Точки*, представляющие замеры высот на поверхности.
- *Линии*, соответствующие обычно каким-либо изменениям в гладкости или непрерывности поверхности (часто их называют *структурными линиями рельефа* – breaklines). Такие линии описывают различия в поведении поверхности по обе стороны от них. Примерами могут служить береговые линии, линии оврагов и обрывов, дамбы, линии инженерных построек и т.д.
- *Полигоны*, определяющие области, вне которых отсутствует достоверная информация по поверхности. Использование таких регионов часто предупреждает генерацию ошибочных данных по рельефу вне региона. Эти области также иногда называются областями интересов или оболочками.

Среди моделей, построенных по таким входным данным, обычно выделяют два основных вида: модели, построенные по регулярным и нерегулярным наборам данных.

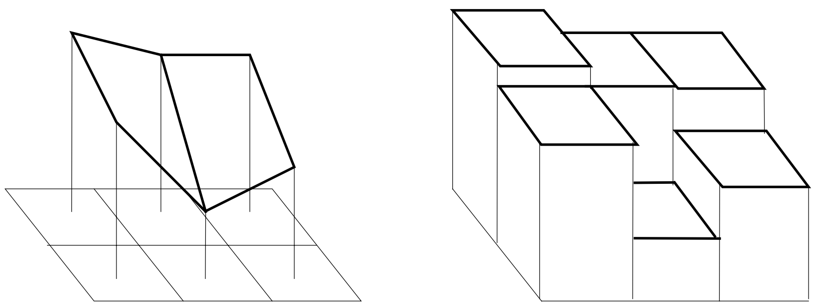


Рис. 1. Регулярные модели данных.

Модель в виде *регулярной сети* данных представляет собой поверхность, определённую матрицей равномерно распределенных точек, каждая из которых характеризуется своей высотой. В зависимости от способа вычисления высот поверхности в пространстве между точками различают «решеточную» (*lattice*) и «ячеистую» (*grid*) модели. В первой из них значения интерполируются по значениям высот в нескольких соседних точках, вторая же модель рассматривает эти точки как центры ячеек с постоянным значением высоты (по сути дела это тоже интерполяция, правда довольно простая – по значению высоты в одной ближайшей точке). Рис. 1 демонстрирует разницу между ними.

В системе ГрафИн для моделирования поверхностей, как правило, используется модель *lattice*, гарантирующая непрерывность значений высот при интерполяции высот между узлами решётки.

Триангуляционная модель поверхности может быть построена по произвольной нерегулярно заданной системе отсчётов. Образованная совокупностью точек с координатами (x, y, z) и набором ребер, соединяющих эти точки в треугольники, такая модель обычно использует меньшее число точек, чем другие модели. Это объясняется тем, что исходные точки, как правило, указываются в оптимальных местах (пиках, впадинах), что позволяет «куски» неизменяющейся поверхности представлять одним-двумя треугольниками, а не разбивать ее на совокупность единообразных маленьких частей (как в случае с регулярной сетью). На плоскости среди всевозможных видов триангуляции наиболее часто пользуются триангуляцией *Делоне*, обладающей рядом оптимальных свойств [2].

Ни одна из этих моделей не является лучшей и наиболее подходящей для всех случаев. Низкая вычислительная стоимость поверхностного анализа для регулярных сетей противопоставляется более точным результатам при использовании триангуляций. Поэтому система ГрафИн позволяет переходить от одной формы представления поверхности к другой.

Примеры моделей рельефа, поддерживаемых системой ГрафИн, представлены на рис. 2-3.

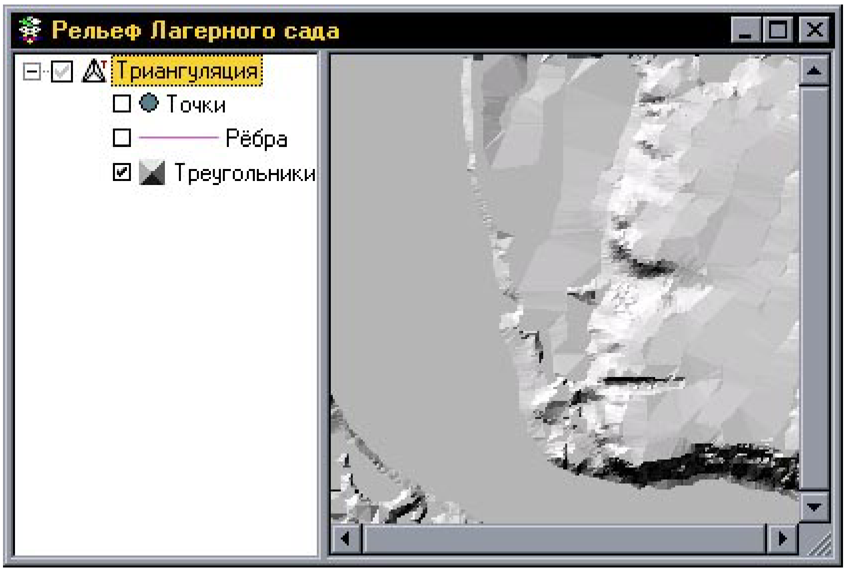


Рис. 2. Пример триангуляции в ГрафИне.

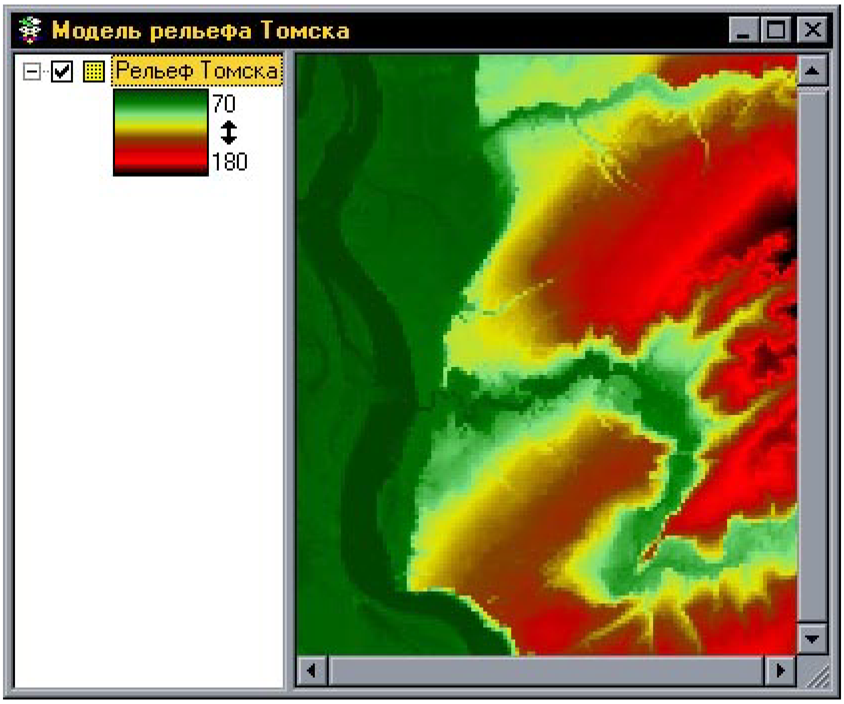


Рис. 3. Пример регулярной модели рельефа в системе ГрафИн.

3. Визуализация рельефа

Необходимым элементом каждой информационной системы является разнообразие форм отображения данных. Рельеф может быть представлен: 1) совокупностью *изолиний*; 2) с помощью *полосовых контуров* (contour bands); 3) с помощью *затенения* (в зависимости от угла освещения солнцем и от теней); 4) в *трехмерном виде*. Рассмотрим подробнее эти способы.

- *Изолинии* являются наиболее привычным и в то же время простым способом отражения особенностей рельефа. Представляя собой линии, соединяющие точки поверхности с одинаковой высотой, они передают места возвышения и понижения поверхности, степень ее уклона. Для получения более качественного результата отображаемые изолинии могут быть сглажены с помощью сплайнов.
- *Полосовые контуры* представляют собой полигоны, значения высот поверхности внутри которых лежат в определенном диапазоне. Границей каждого контура служат, как правило, две изолинии (по сути и определяющих диапазон). Выразительная сила данного способа отображения довольно высока, особенно при использовании условной раскраски каждого полигона.
- *Затенение поверхности* используется как альтернатива трехмерному изображению поверхности. В зависимости от угла освещения (источник освещения характеризуется азимутом и высотой над поверхностью) определяется степень затенённости данного участка. Одним из недостатков данного метода является то, что из-за большой вычислительной сложности учёт наложения теней от других участков при этом не производится.
- *Трехмерная модель* визуализации дает самое полное представление о поверхности, однако требует довольно много ресурсов. Поэтому в ГИС данная возможность обычно предоставляется не для оперативной работы, а как разовое действие.

4. Построение триангуляционной модели рельефа

Модель триангуляции является представлением поверхности в виде совокупности смежных треугольников. Строится она по исходному множеству точек, которые затем становятся вершинами треугольников. Так как координаты z точек поверхности являются, как правило, отсчётами однозначной функции, то целесообразно строить триангуляцию для проекций этих точек на плоскость XY. Трёхмерная поверхность получается путём восстановления значений координат z точек (рис. 4).

Классический вариант построения триангуляции не рассматривает никаких других входных данных, кроме точек. Тем не менее на практике приходится учитывать также структурные линии и оболочки, влияющие на рельеф.

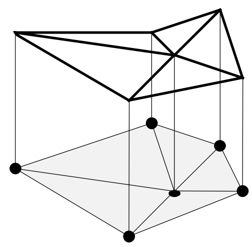


Рис. 4. Триангуляционная модель поверхности.

В системе ГрафИн построение триангуляции производится по точкам, структурным линиям и ограничивающим полигонам.

Алгоритм построения триангуляции состоит из следующих этапов:

1. *Построение триангуляции*. Вначале по координатам X,Y всех входных точек, а также точек, входящих в состав структурных линий и ограничивающих полигонов, строится триангуляция Делоне. Затем добавляются координаты z точек.
2. *Внесение структурных линий*. В построенную триангуляцию добавляются отрезки, входящие в состав структурных линий и ограничивающих полигонов. Если добавляемый отрезок пересекает построенные треугольники, то в триангуляцию добавляются точки пересечения и вновь образованные треугольники (рис. 5). Координаты z точек пересечения вычисляются линейной интерполяцией по точкам концов добавляемого отрезка.

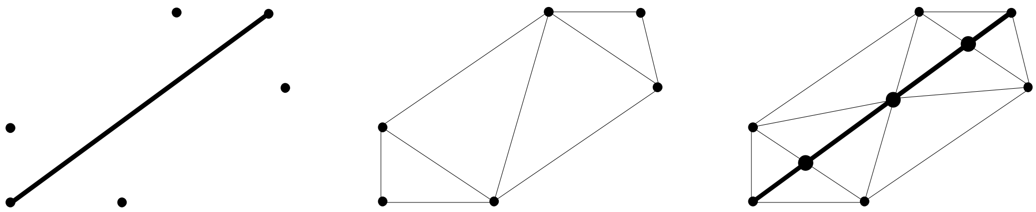


Рис. 5. Внесение в триангуляцию структурных линий.

3. *Фильтрация треугольников вне ограничивающих полигонов*. Для всех треугольников, построенных на предыдущем этапе, проверяется факт попадания треугольника в какой-либо из полигонов. Все треугольники, не прошедшие такую проверку, помечаются как невидимые и не участвуют в дальнейшем при решении задач на рельефе.

5. Построение изолиний

Рассмотрим построение системы изолиний по триангуляционной модели рельефа. Задача сводится к поочерёдному построению систем изолиний для каждого значения высоты секущей плоскости из набора фиксированных значений.

Путём просмотра всех треугольников в триангуляции выявляется первый (по очереди среди рассматриваемых), который пересекается секущей плоскостью. Следом такого сечения является отрезок, пересекающий два ребра этого треугольника. Переходя по этим ребрам к смежным треугольникам, можно полностью отследить данную линию. Закончив с ней, алгоритм продолжает работать с оставшимися еще не просмотренными треугольниками в триангуляции. Работа продолжается до тех пор, пока не будут проанализированы все треугольники.

Существуют различные способы отслеживания изолиний. В системе ГрафИн изолинии отслеживаются в оба конца, начиная от текущего отрезка. Для случая замкнутой изолинии получается, что один конец выйдет на другой. При незамкнутой изолинии оба конца исходного отрезка после отслеживания выходят на границу триангуляции.

При построении изолиний часто возникает серьёзная проблема, когда секущая плоскость проходит прямо вдоль ребер (а может, и всей плоскости) треугольника, из-за чего задача построения изолиний становится неоднозначной.

При формальном соблюдении точности представления изолиниями рельефа могут получиться результаты, как на рис. 6, не являющиеся в полном смысле слова горизонталями. Используемые в геодезии и картографии горизонтали должны быть не пересекающимися ни при каких условиях. Такая форма изолиний вносит дополнительную сложность и в задачи построения изоконтуров.

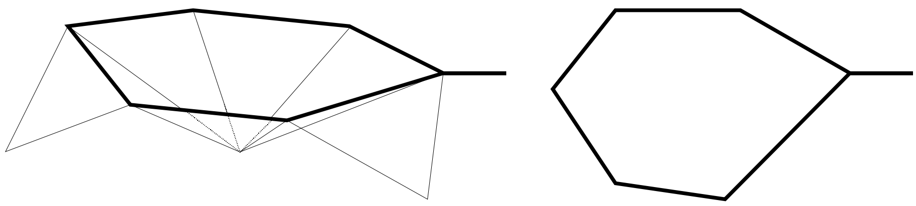


Рис. 6. Построение изолиний, проходящих вдоль рёбер триангуляции.

Поэтому в системе ГрафИн используется следующий подход. В случае выявления треугольников, одна или несколько вершин которых лежит в плоскости сечения, к координатам z таких вершин добавляется небольшая величина, что приводит к «возвышению» этих вершин и таким образом устраняет саму возможность прохождения изолинии вдоль вершин треугольников. При этом погрешность выбирается по следующей схеме:

$$\varepsilon = \begin{cases} \dfrac{s}{100}, & N <= 30, \\ \dfrac{s}{100 + N - 30}, & N > 30, \end{cases}$$

где s – минимальная разница значений z среди пар рассчитываемых семейств изолиний, а N – число сечений рельефа.

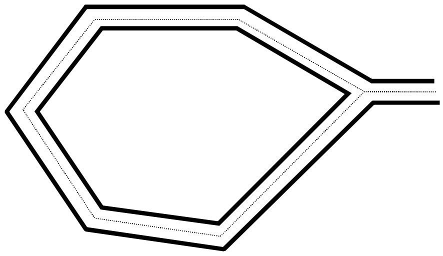


Рис. 7. Изолинии, построенные изменённым алгоритмом.

Выбор такой формулы определяется тем, что требования точности изолиний возрастают с ростом числа секущих плоскостей.

Таким образом, изолиния на рис. 6 в случае применения измененного алгоритма будет разбита на несколько (рис. 7).

Пример построенной в ГрафИне системы изолиний приведён на рис. 8 (базовая модель рельефа представлена на рис. 2).

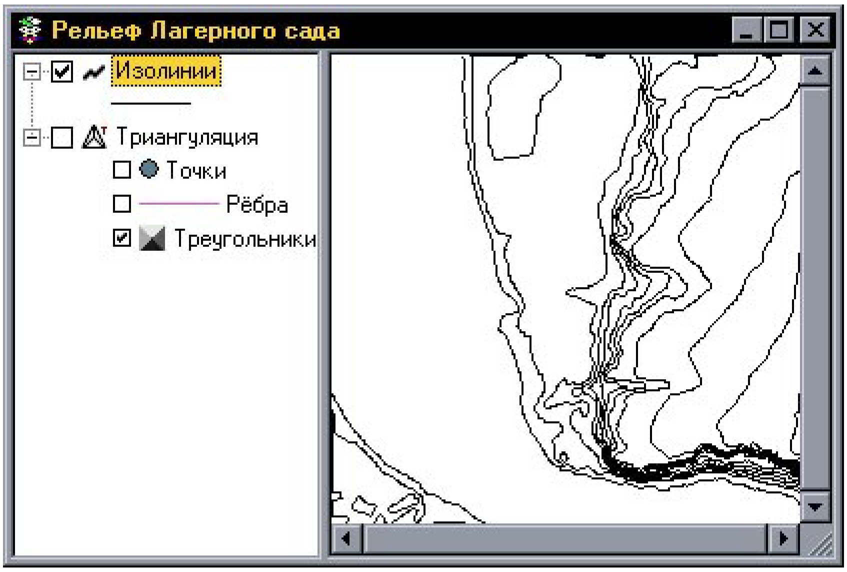
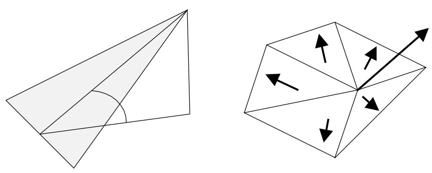


Рис. 8. Система изолиний, построенная по триангуляции.

6. Построение изоклин

Решение задачи построения изолиний может быть положено в основу решения и других подобных задач. Практический интерес, например, вызывает задача построения изоклин.

На практике широко распространены два способа выражения уклона – с помощью градусной меры (угол) и процентов. Например, двухметровый подъем поверхности на 100 метров дистанции может быть выражен либо как 2-процентный, либо как 1,15-градусный уклон ($1{,}15^\circ = \arctan(2/100)$). При этом довольно просто перейти от процентного уклона к градусному и наоборот.



а) б)

Рис. 9. Расчёт уклонов.

Рассмотрим теперь варианты определения уклона поверхности для модели рельефа в виде триангуляции.

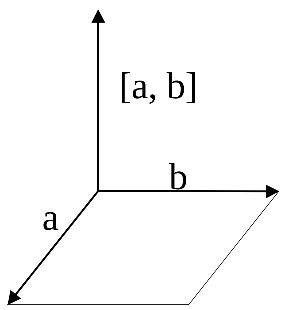
Существует два подхода расчета уклонов. При первом из них (рис. 9а) значения уклонов определяют локально для каждого треугольника как угол наклона треугольника к плоскости *XY*. На практике используется данная модель, однако наиболее часто встречается подход, заключающийся в переходе от значений уклонов для треугольников к уклонам в их вершинах (рис. 9б).

Такой переход, с одной стороны, учитывает не только локальное положение каждого треугольника, но и их совместное расположение, а с другой – позволяет использовать алгоритм построения изолиний для расчета изоклин. Действительно, путем замены координат *z* точек на значения рассчитанных уклонов получаем вторичное поле значений для данной поверхности, которое можно подать на вход алгоритма построения изолиний. Этот алгоритм, нисколько не задумываясь о смысле поступивших данных, построит линии, вдоль которых *z* значения будут постоянными, а такие линии и будут являться изоклинами.

Формально уклон для вершин будет определяться уже углом наклона касательной плоскости в данной точке к плоскости *XY*.

И в первом, и во втором случае углы наклонов поверхностей (в первом случае поверхности самого треугольника, а во втором – касательной поверхности) определяются через направление векторов нормали к ним.

Нормаль к поверхности, образованной двумя неколлинеарными векторами, обычно рассчитывается на основе векторного произведения (рис. 10). Этот способ расчета требует меньше всего операций умножения, а потому является наилучшим.



$$[a,b]=\begin{vmatrix} i & j & k \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix}$$

Рис. 10. Вычисление нормали к поверхности.

В системе ГрафИн построение изоклин на модели рельефа реализовано через алгоритм построения изолиний. На вход алгоритма построения изолиний подаётся «поверхность», содержащая значения уклонов в точках, на выходе алгоритма получается готовая система изоклин.

7. Построение полосовых контуров

Пусть по заданной модели рельефа требуется построить совокупность неперекрывающихся полигонов, каждый из которых представляет область, высоты точек внутри которой лежат в определенном задаваемом пользователем диапазоне. Обычно задаётся система диапазонов (опять-таки непересекающихся) с помощью начального значения самого первого диапазона, конечного значения последнего диапазона и шага построения диапазонов.

В системе ГрафИн используется следующий алгоритм построения полосовых контуров. На первом шаге строятся изолинии, соответствующие границам диапазонов. Далее среди всех изолиний выявляются незамкнутые, которые поступают на вход второго блока – блока замыкания незамкнутых изолиний. Замыкание проводится по границе триангуляции специальным алгоритмом. И, наконец, на последнем этапе производится построение полосовых контуров по набору полигонов. Шаги работы алгоритма представлены на рис. 11.

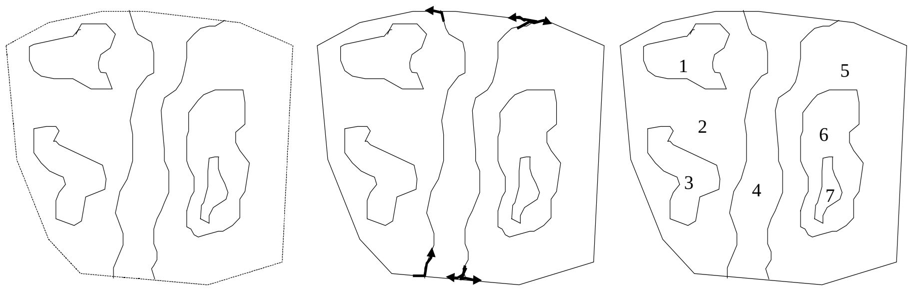


Рис. 11. Построение полосовых контуров.

Рассмотрим более подробно шаг замыкания изолиний. Замыкание может быть произведено только вдоль границы триангуляции, при этом для соединения двух концов незамкнутой изолинии вдоль границы требуется установить однозначную связь между концом изолинии и соответствующим ребром границы.

Начиная с ребра, на которое выходит обрабатываемая изолиния, надо идти по границе в обе стороны до тех пор, пока не выйдем на второй конец этой изолинии. По мере движения по ребрам границы можно выйти на еще какие-то незамкнутые изолинии, которые включаются в строящееся замыкание («входя» в один конец этой изолинии и, продолжая обход, «выходя» из другого). При этом можно заметить, что на нашем пути могут встречаться лишь изолинии, чьи высоты отличаются от высоты текущей (замыкаемой) не более чем на 1 уровень. По окончании замыкания исходная изолиния помечается для того, чтобы избежать повторного включения в какой-либо замыкающийся контур. Итого, для *n* незамкнутых изолиний по окончании работы алгоритма будет получен (*n*+1) замкнутый контур (рис. 12).

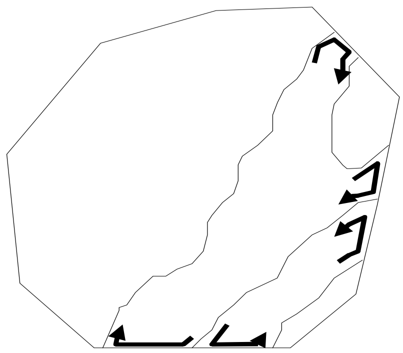


Рис. 12. Замыкание изолиний.

Теперь рассмотрим более подробно алгоритм построения непосредственно полосовых контуров, представляемых в виде полиполигонов. Для каждого полигона (представляющего замкнутую изолинию) необходимо среди всех внутренних полигонов определить самые внешние (имеется в виду, что некоторые внутренние могут быть друг в друге). Их совокупность тогда вместе с начальным полигоном и даст искомый полосовой контур. Это ведёт к задаче определения нахождения одного полигона внутри другого, которая сводится к задаче определения принадлежности точки полигону.

На рис. 13 приведён пример построенной в ГрафИне системы изоконтуров по модели рельефа, приведённой на рис. 2.

Рис. 13. Пример системы полосовых контуров, соответствующих изолиниям.

8. Расчет объема земляных работ

Расчет объема земляных работ ведётся на основе вычисления объемов тел, образованных в результате сечения поверхности плоскостью выравнивания. Для получения достоверных данных необходимо использование одной единицы измерения для x, y и z на поверхности. Если это условие выполняется, возможно корректное вычисление самого объема.

Для расчета объема в пространстве между исходными точками поверхность линейно интерполируется (для регулярных сетей, использующих билинейную интерполяцию, в данном же случае используют разбиение на треугольники и применение к ним линейной интерполяции).

Для расчёта объема тела, образованного многогранной поверхностью, с одной стороны, и ее ортогональной проекцией на плоскость – с другой, необходимо осуществить разбиение этого тела на треугольные призмы, сумма объемов которых и будет давать искомый объем самого тела.

Объем треугольной призмы (в общем случае неправильной) рассчитывается по следующей формуле:

$$= \tfrac{1}{3} \cdot S \cdot \sum_{i=1}^{3} h_i \ ,$$

где S – площадь основания призмы, h_i – высоты призмы (длины трех ее вертикальных ребер).

В случае, когда не все высоты положительны (плоскость выравнивания пересекает треугольник, составляющий элемент триангуляции), необходимо дополнительное разбиение этого треугольника на две части – треугольную и четырехугольную и отдельный расчет объемов для каждой из них.

Для расчёта объёма земляных работ в системе ГрафИн используется следующий подход. По модели рельефа, заданной в виде триангуляции, строится подмодель с дополнительными ограничениями в виде полигонов, определяющих зоны земляных работ. В результате такого разделения основная работа выпадает на алгоритмы выделения регионов, расчет же самих объемов представлялся довольно простой задачей: для каждого треугольника, входящего в триангуляцию, независимо от других рассчитывается объем неправильной треугольной призмы, образованной этим треугольником и его ортогональной проекцией на плоскость выравнивания. В случае, когда треугольник сам пересекается этой плоскостью, производится его разбиение на две части – треугольную и четырехугольную, к которым заново применяются описанные выше действия. При этом в случае расчета для перемещаемых масс грунта объемы складываются по модулю, а при расчете балансового объема для части, которая ниже плоскости выравнивания, используется знак «минус», а для той, что выше, – «плюс».

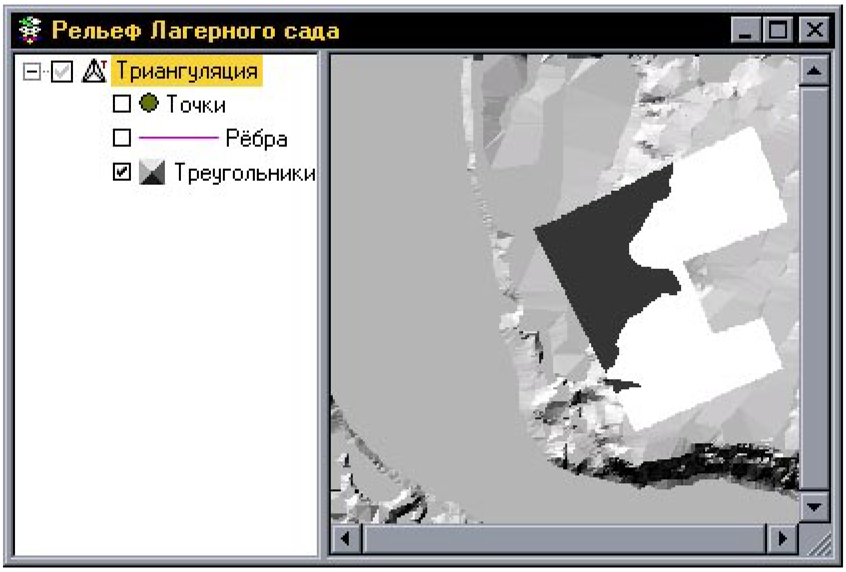


Рис. 14. Пример региона для расчёта объёма земляных работ.

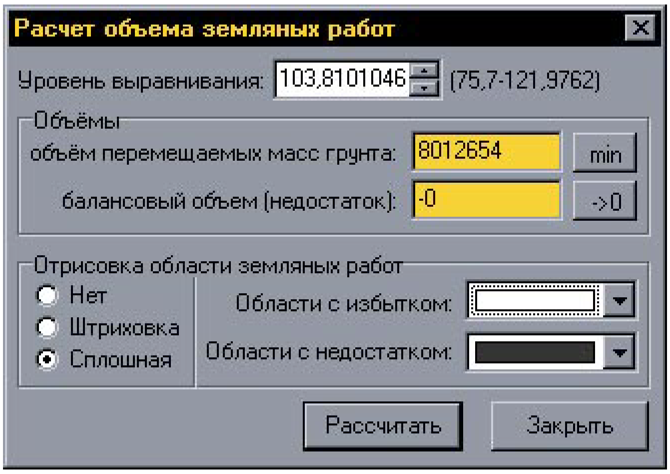


Рис. 15. Пример диалога расчёта объёма земляных работ для региона, представленного на рис. 14.

На рис. 15 приведён пример диалога расчёта объёма земляных работ в системе ГрафИн для региона, представленного на рис. 14.

9. Построение профилей

Задача построения профилей по заданной триангуляционной модели рельефа и некоторой ломаной на плоскости может быть решена с помощью адаптации некоторых базовых алгоритмов построения триангуляции Делоне итерационным способом [2]. При этом вначале определяется исходный треугольник, в который попадает начало заданной ломаной, а затем при последо-

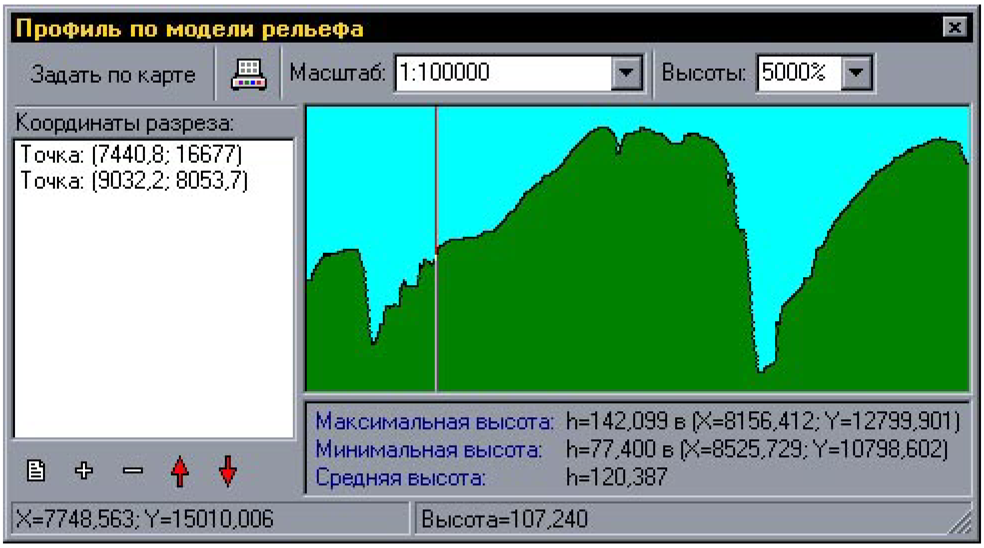


Рис. 16. Пример профиля рельефа.

вательном переходе по структурам связанных треугольников вдоль ломаной вычисляются точки перегиба рельефа.

На рис. 16 приведён пример профиля, рассчитанного по модели рельефа г. Томска, на котором масштаб высот специально увеличен в 50 раз по сравнению с расстояниями по вертикали.

ЛИТЕРАТУРА

1. Скворцов А.В. Система ГрафИн // Наст. книга, с. 181-192.
2. Скворцов А.В., Костюк Ю.Л. Эффективные алгоритмы построения триангуляции Делоне // Наст. книга, с. 22-47.